

マーケットデザインの勧め

邪心ちゃんドロップキック NEXT 全裸待機組

経済学部への進学を考えている受験生、経済学部に入ったけど勉強したい分野が見つからない大学生、経済学に興味があり、勉強したけど、面白くないと思った方に向けて、私がミクロ経済学のマーケットデザイン特に、マッチングについておすすめする記事です。これを読んで、少しでもマッチング、ひいては経済学に興味をもっていただければ幸いです。

また私自身この分野を勉強し始めたばかりなので、数学的な厳密さや中身の濃い文章ではありません。その点ご容赦ください。またわかりやすく説明するために、用語をわざとかみ砕いて説明しています。そのため経済学が分かっている人を見ると違う！と反論したくなるかもしれませんが悪しからず。

目次

- 1, マーケットデザインとは？
- 2, 恋愛ゲーム
- 3, 出願ゲーム
- 4, 読書案内

1.1 まず、経済学の分野を説明します。経済学は大きく分けて4つの分野があります。(諸説あり)

その分野とはミクロ経済学、マクロ経済学、計量経済学、経済史の分野です。ミクロ経済学とは、ミクロ(小さい)という意味の通り、一個人や企業の経済行動を分析します。マクロ経済学とはマクロ(大きい)という意味の通り、一国を経済主体と考え経済行動を分析します。計量経済学とは、実際のデータを用いて、政策の効果などを分析する範囲です。経済史とは、経済学の歴史や経済学者などについて研究する分野です。

それでは、マーケットデザインについてみていきます。マーケットデザインはミクロ経済学の分野に属しています。ミクロ経済学、特に、古典的な経済モデル(ゲーム理論を用いない分野)に関しては、市場は理想的な状態

市場の完備性：すべてのものに対して市場が存在する。

情報の対称性：その財について買い手と売り手がすべての情報を知っている。

完全競争：無数の売り手と買い手が存在して、価格は均衡価格(需要と供給が一致している価格)となっている

であることを想定しています。しかしながら、現実には何かしら問題があり、このような理想的な状態であることは珍しいです。そこで、マーケットデザインは市場制度を設計することに関心を持っています。市場がうまく機能していないとき、その問題を明らかにして、より良い市場（システム）をデザインするのがマーケットデザインの役割です。

マーケットデザインは主に、オークション理論とマッチング理論の2つがあります。オークション理論は貨幣がある市場でどのような市場を作れば、うまく機能するかを研究しますが、マッチング理論は貨幣がない市場を考えます。考えるのは人と人、人と企業、人と学校、人と病院、などをどのように結びつけるかなどを考えます。マッチングと聞くと、マッチングアプリを連想すると思いますが、マッチングアプリはマッチングの一つの例にすぎません。例えば、皆さんの身近なマッチングの例を挙げると、進学する高校や大学の選択、新型コロナウイルスのワクチン、就職活動などです。

最初は1対1の仮定から初めて多対1のマッチングを説明しようと思います。

今回は2部マッチング(two side matching)について述べたいと思います。

(補論)ここは読まなくても大丈夫です。マッチングのモデルを作る際の仮定です。マッチングに参加するプレイヤーの集合を $X = \{x_1, x_2 \dots x_n\}$ 、 $Y = \{y_1, y_2 \dots y_n\}$ とする。

小文字はそれぞれのプレイヤーを表す。選好は完備性、推移性、反対称性を満たす。

A は財全体の集合とする。(R は $\geq, \sim, >$ など)

完備性: 任意の $x, y \in A$ に対して x は y と比べて同じかそれ以上に好ましい。

推移性: 任意の $x, y, z \in A$ に対して $x R y$ かつ $y R z$ ならば $x R z$

反対称性: 任意の $x, y \in A$ に対して $x R y$ かつ $y R x$ ならば $x = y$

マッチングとは X の集合から Y にとぶ関数であり、 μ と表される。

$\mu : X \cup Y \rightarrow X \cup Y$ で以下の条件を満たす。

- $\forall x_i \in X, \mu(i) \in Y \cup \mu(i)$
- $\forall y_i \in Y, \mu(i) \in X \cup \mu(i)$
- $\forall a \in X \cup Y, \mu(\mu(a)) = a$

2. 恋愛ゲーム (one to one matching)

2.1 導入

「彼女(彼氏)が欲しい!」と思ったことはありませんか?でも身の回りに良い人がいない!そんなとき利用するのは合コン!ということで合コンを例に出してマッチングを考えていきたいと思います。(筆者は彼女いない歴=年齢の人間なので合コンなどいったことがありません(誰か誘ってください))

2.2 モデル

A君、B君、C君は合コンに来ています。その会場にはDちゃんEちゃんFちゃんがいて、A,B,Cの三人はD,E,Fの三人にお付き合いを申し込むと仮定します。男性の好みはそれぞれ高い順に(D,E,F),(D,F,E),(E,D,F)とし、女性の好みはそれぞれ(A,B,C),(A,B,C)(B,C,A)とします。好み(選好)を図にしてみます。

| | | | |
|----|------|------|------|
| 選好 | A君 | B君 | C君 |
| 1 | D | D | E |
| 2 | E | E | F |
| 3 | F | F | D |
| 選好 | Dちゃん | Eちゃん | Fちゃん |
| 1 | A | A | C |
| 2 | B | B | A |
| 3 | C | C | B |

ではどのようなシステムを作ればより良い結果をもたらすことができるでしょうか?

2.3 ボストン(IA)アルゴリズム(Boston algorithm/Immediate acceptance algorithm)

人と人が結びつくときどのようなシステムが考えられるでしょうか?

ボストンアルゴリズムは以下のような手順で行われます。(告白するのが男性の場合)

Step.1 まずA,B,Cがそれぞれ第一希望の女性に告白する。(マッチングを願いで)そして、D,E,Fは自分の選好に沿って、最も好ましい相手を受け入れる。(保留はなし)

Step. 2 前回のステップで振られた男性は第2希望のまだ告白されていない女性に告白する。その際、女性は告白された中から最も好ましい相手を受け入れ、すでに相手がいる場合は受け入れない。(今のマッチ相手よりも良い人がいても浮気をしない)

これを繰り返す

Step.N すべての男性が女性とマッチもしくは全員に振られた場合アルゴリズムは終了する。

これはよくある早い者勝ちのシステムですね。

ではやってみましょう！

Step.1 まず A,B は D に告白、C は E に告白します。この時、D は A を受け入れ、E は C を受け入れます。

Step. 2 振られた B は第二希望の E に告白します。しかし E はすでに C とマッチしているため、B を受け入れません。

Step. 3 またしても振られた B は第三希望の F に告白します。F はまだ誰ともマッチしていないため B を受け入れます。全員がマッチしたため、アルゴリズムは終了します。

結果として

(A,D),(B,F)(C,E)

というペアが成立しました。

このポストンアルゴリズムは日常でも多く使われており、例えば、公立高校入試や国立大学入試、就職活動などもこのポストンアルゴリズムが使われています。マッチング理論にはこれのほかにあと 2 つ主要なシステム（アルゴリズム）が存在します。

2.4 DA アルゴリズム

1 つ目は DA(deferred acceptance)アルゴリズムと呼ばれるものです。

このアルゴリズムはデイヴィッド・ゲールと ロイド・シャプレイによって 1962 年に編み出されたアルゴリズムです。

DA アルゴリズムは以下のような手順で行われます。(告白するのが男性の場合)

Step.1 まず A,B,C がそれぞれ第一希望の女性に告白する。(マッチングを願いで)そして、D,E,F は自分の選好に沿って、最も好ましい相手を一時的に受け入れる。

Step. 2 前回のステップで振られた男性は第 2 希望の女性に告白する。その際、女性は 1 回目に告白された相手と 2 回目に告白された相手の中から自分の選好に沿って最もよい相手を受け入れる。

これを繰り返す

Step.N すべての男性が女性とマッチもしくは全員に振られた場合アルゴリズムは終了する。

選好は以下とする。

| | | | |
|----|-------|-------|-------|
| 選好 | A 君 | B 君 | C 君 |
| 1 | D | D | E |
| 2 | E | E | D |
| 3 | F | F | F |
| 選好 | D ちゃん | E ちゃん | F ちゃん |
| 1 | A | A | C |
| 2 | B | B | B |
| 3 | C | C | A |

ではやってみましょう！

Step.1 まず A,B は第一希望の D に告白、C は第一希望の E に告白します。この時、D は A を受け入れ、E は C を受け入れます。

Step. 2 振られた B は第二希望の E に告白します。E はすでに C とマッチしているため C と B を比較しより選好が上位の B を受け入れ C を振ります。

Step. 3 振られた C は第二希望の D に告白します。D はすでに A とマッチしているため C と A を比較しより選好が上位の A を受け入れ C を振ります。

Step. 4 振られた C は第三希望の F に告白して、F は誰ともマッチしていないため C を受け入れます。すべての男性がマッチしたためアルゴリズムは終了です。

結果として

(A,D),(B,E)(C,F)

というペアが成立しました。

2.5 TTC アルゴリズム

2 つ目は TTC(top trading cycle)アルゴリズムと呼ばれるものです。

TTC アルゴリズムは以下のような手順で行われます。

Step.1 まず A,B,C がそれぞれ第一希望の女性を指さす。(マッチングを願いでる)そして、D,E,F もそれぞれ第一希望の男性を指さす。この時、サイクルができれば、マッチングは成立し、成立した組はマッチングから退席する。

Step. 2 前回のステップでマッチできなかった人はそれぞれ残っている中から自分の第一希望の人を指さす。ただしこの時、第一希望の人がマッチングにいない場合は第

二希望の人を指さす。

これを繰り返す

Step.N すべての男性が女性とマッチもしくは全員に振られた場合アルゴリズムは終了する。

| 選好 | A 君 | B 君 | C 君 |
|----|-------|-------|-------|
| 1 | D | D | E |
| 2 | E | E | D |
| 3 | F | F | F |
| 選好 | D ちゃん | E ちゃん | F ちゃん |
| 1 | A | A | C |
| 2 | B | B | B |
| 3 | C | C | A |

ではやってみましょう！

Step.1 まず A と B は D を指さし、C は E を指さす。D は A を指さし、E は A を指さし、F は C を指さす。

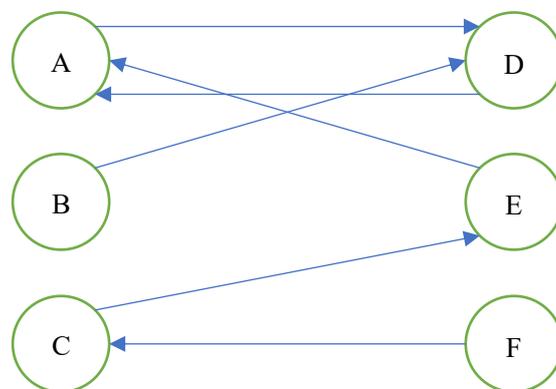
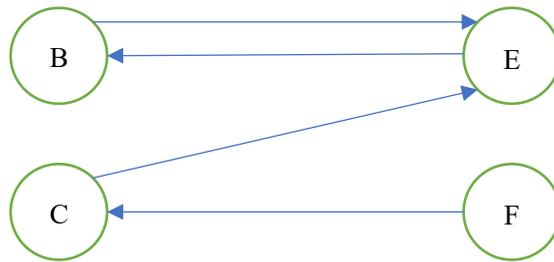


図 1 (イメージ図)

この時できるサイクルは $A \rightarrow D \rightarrow A$ というサイクルができています。そのため A と D がマッチしてこの場から退場します。

Step2 この時 A と E 以外の人を指さします。B は E を C は E を E は B を F は C を指さします。

図 2 (イメージ図)



この時できるサイクルは $B \rightarrow E \rightarrow B$ というサイクルができます。そのため B と E がマッチしてこの場から退場します。

Step3 残りのサイクルは $C \rightarrow F \rightarrow C$ というサイクルができるため C と F がマッチしてアルゴリズムは終了します。

ではこの3つのうちどれを使うとよいのでしょうか？

アルゴリズムを評価するために以下の定義を導入したいと思います。

安定性(stability)

- ・個人合理性を満たす。
- ・ブロッキングが存在しない。

個人合理性とは、与えられたマッチングが自分自身とマッチするよりも同じかそれ以上によいということ。つまり、現在の状況から悪くはならないという意味。ブロッキングとは、お互いがマッチ相手よりも望ましいとき、そのペアがマッチングをブロックするという事。

効率性(efficiency)

- ・マッチング結果がパレート効率的 (誰の満足を下げることなく誰かの満足を上げることはできない。)

Strategy-proof (耐戦略性) 以下 SP と表記

- ・真実表明が支配戦略 (本当のことを言うと一番よくなる)

それでは、ポストンアルゴリズムを評価してみましょう。

ポストンアルゴリズムは効率性が保たれますが、安定性と SP は満たしていません。

まず安定性を満たしていないことを説明します。

安定性がないとは個人合理的でない、またはブロッキングペアが存在することを表します。

個人合理的かどうかを判断するのは難しいため、ブロッキングペアを探してみましょう。

| | | | |
|----|-------|-------|-------|
| 選好 | A 君 | B 君 | C 君 |
| 1 | D | D | E |
| 2 | E | E | F |
| 3 | F | F | D |
| 選好 | D ちゃん | E ちゃん | F ちゃん |
| 1 | A | A | C |
| 2 | B | B | A |
| 3 | C | C | B |

ペアは

(A,D),(B,F)(C,E)

ですが、BはFよりEが好きで、EもCよりBが好きです。このように、BとEにとってお互いにマッチ相手よりも望ましいとき、BとEはマッチングをブロックしているブロッキングペアになっています。そのため、安定性は満たしません。

次に、SPが満たされないことを説明します。今回、B君は(D,E,F)という選好を持っていますが、今回嘘をついて、(E,F,D)という選好を提出したとしましょう。その結果、マッチングは(A,D)(B,E)(C,F)というマッチングになり、Bは嘘をつくこと（戦略的に行動すること）で、より上位の相手とマッチすることができました。そのため、ポストンアルゴリズムはSPを満たしません。

それではDAアルゴリズムとTTCはどうでしょうか。結論から言うと、DAは両側、つまり、男女どちらとも戦略的に行動した場合、SPと安定性は両立されません。しかしながら、片側つまり、男女どちらか一方のみが戦略的に行動しないとみなした場合、SPと安定性を両立させることができます。TTCはSPと効率性は満たしますが、安定性を満たすことはできません。

それでは今回の場合、どのようなアルゴリズムが良いのでしょうか？ポストンアルゴリズムは使わないほうが良いと思います。TTCとDAは両方ともよいアルゴリズムです。ではどちらが良いのかというのはまた別の議論です。

補足

DAアルゴリズムは男性から女性へ告白するというアプローチをとりましたが、

女性から男性へ告白する場合、マッチ相手が異なることがあります。(今回は同じですが) 実はDAアルゴリズムは片側(男性)にとって最も望ましいマッチングを見つけますが、女性にとっては最も望ましくないマッチングを導出してしまいます(逆の場合も同じ) つまり、男性最適マッチングであることは、すべての女性に対して、マッチングをパレート改善する(誰の満足(効用)を下げることなく、誰かの満足(効用)を上げることができる) マッチングは存在しないということです。

3 出願ゲーム (many to one matching)

3.1 導入

国立大学(公立高校)入試を控えた受験生は何処の大学(高校)に出願しようか迷った経験があると思います。塾、予備校、大学が出す出願状況や入試倍率などを見て、レベルを下げた学校へ出願をした方もいるのではないのでしょうか?そもそもなぜそのようなことが起こってしまうのでしょうか?理由は1つしか選択肢がないからではないのでしょうか。その問題に対してもマッチング理論は役に立ちます。これは学校選択(school choice)の問題でマッチング理論では沢山の研究が行われており、多くの導入例があります。

詳しくはアルビンロス著『Who gets what and why』を一読されたし。

今現在国立(公立)大学(高校)で使われている入試制度はボストンアルゴリズムの多対1マッチング制度です。沢山の受験生がある学校を受験し、成績の上から順番に生徒を合格させる仕組みです。しかしながら前述したように、ボストンアルゴリズムではSPと安定性を満たすことができないため、この部分だけを見れば、優れたシステムということはいけません。そこで今回はDAアルゴリズムを使ってみましょう。

3.2 モデル

$X = \{x_1, x_2 \dots x_n\}$ 学生の集合

$Y = \{y_1, y_2 \dots y_n\}$ 学校の集合

q_x : x の定員

任意の $x \in X$ は $Y \cup \{x\}$ 上に完備性、推移性、反対称性を満たす選好を持つ。

任意の $y \in Y$ は 2^X 上に完備性、推移性、反対称性を満たす選好を持つ。

Responsive priorities(感応的選好)を仮定。

優先順位で

今回、学校は戦略的に行動しない。(嘘をつかずに生徒をただ受け入れるだけ)

3.3 具体例

$$X = \{x_1, x_2 \dots x_6\} Y = \{\text{すき屋大学、吉野家大学、松屋大学}\}$$

選好はそれぞれ、

| 選好 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | すき屋大学 | すき屋大学 | 松屋大学 | すき屋大学 | 吉野家大学 | すき屋大学 |
| 2 | 吉野家大学 | 松屋大学 | 吉野家大学 | 吉野家大学 | 松屋大学 | 吉野家大学 |
| 3 | 松屋大学 | すき屋大学 | すき屋大学 | 松屋大学 | すき屋大学 | 松屋大学 |

各大学の定員は 1 人とします。各大学の選好は生徒の点数が高ければ高い程高いものとします。問題はすべて同じであると仮定します。大学のランクはすべて同じであるとします。生徒の成績は以下の通りです。

$$x_1 > x_4 > x_2 > x_3 > x_6 > x_5$$

今回、生徒全員がすき屋大学を第一志望としました。しかし、すき屋大学の倍率が高いという情報を得た x_3 と x_5 は嘘の選好を提出(戦略的に行動)しました。そのほかの生徒はこの情報を入手できないとします。それでは従来の入試方式であるポストンアルゴリズムを使ってみます。

そこでのペアは

$$(x_1, \text{すき屋大学})(x_3, \text{松屋大学})(x_5, \text{吉野家大学})$$

となります。この結果、ブロッキングペア(例えば、 x_2 と松屋大学)が出てしまい、安定的なシステムではなく、SPを満たさないため、戦略的に行動できる受験生が有利となってしまい、公平なシステムとは言いづらいです。ではDAアルゴリズムを使ってみましょう。ペアは

$$(x_1, \text{すき屋大学})(x_2, \text{松屋大学})(x_4, \text{吉野家大学})$$

となり、安定的なマッチングを導出でき、DAアルゴリズムは片側SPが満たされるため、戦略的に行動する意味がなく、嘘の選好を提出するインセンティブがない(嘘をつけばより悪くなる可能性がある)ためポストンアルゴリズムよりも優れたシステムであるといえます。

補足：効率的と公平性

経済学でのパレート効率性の定義は誰の効用を下げることなく誰かの効用をあげることができない状態のことを言います。この定理はとても重要なのですが、パレート効率的な状態は1つとは限りません。例えばAとBでパンを分ける際、50:50もパレート効率的な状態ですが、100:0または0:100もパレート効率的な状態です。パレート効率=公平という概念ではないことにご注意ください。ポストンアルゴリズムは効率的ではありますが公平なシステムとはいいがたいと考えられます。

3.5 課題

無敵に思えるマッチングアルゴリズムですが問題がないわけではありません。例えば、今までの例は集権的な機能が存在を仮定していました。そこに選好を提出すれば適当なマッチングをしてくれましたが、それがない場合はうまくマッチングが機能するかどうかは不明です。例えば、就活市場も人と企業のマッチングですが、大学入試センターや都道府県の教育委員会のように、就活を取り仕切っている中央集権的な機能は存在しません（経団連に参加していない企業も沢山）そのため、このマッチングをそのまま導入しても良い結果は得られないと考えられます。

3.4 まとめ

マーケットデザインの研究ではこれらのアルゴリズムを基礎として、実際の社会に応用できるようにアルゴリズムを修正したり、課題を解決できるような新たなアルゴリズムを開発したりしています。経済学と聞くと金融、景気、実感のわからない経済理論のみだと思いませんか？マーケットデザインは社会の身近な制度を分析し、よりよい制度を作り上げようとする学問です。また沢山の応用例もあるため、ぜひ勉強してみたいはいかがでしょうか？

4.1 読書案内

今回の記事を書くにあたり参考した文献

・栗野盛光『ゲーム理論とマッチング』[2019] 日本経済新聞出版.

前半はゲーム理論の話。後半はマッチング理論についての説明をしています。ゲーム理論、マッチング理論についてわかりやすく書かれています。前提知識を必要とせず、新書で読みやすいため高校生や社会人の方にお勧めです。

・ギョーム・ハーリンジャー『マーケットデザイン』[2020] 中央経済社.

マーケットデザインの教科書。前半はオークション理論。後半はマッチング理論についての内容になります。ミクロ経済学やゲーム理論の基礎的な知識があれば読むことができます。本は分厚いですが、読みやすくわかりやすい本です。

横浜国立大学経済学部向け

熊野太郎先生による中級公共経済学

自分がマーケットデザインに興味を持った授業です。興味がある方は受講を勧めます！

マーケットデザインに関するおすすめ資料

・ [東京大学マーケットデザインセンター – 科学の力で制度をアップグレード \(u-tokyo.ac.jp\)](https://www.u-tokyo.ac.jp/market-design/)

東京大学にあるマーケットデザインセンターのHP。最新の研究結果やマーケットデザインはどのような分野に使われているのかなどを知ることができます。

[91st-cprcseminar.pdf \(jftc.go.jp\)](https://www.jftc.go.jp/91st-cprcseminar.pdf)

マーケットデザインセンターのセンター長、小島先生による講演資料。マーケットデザインの学者がどのようなことをやっているのかを知ることができます。

[lm20220316.pdf \(mof.go.jp\)](https://www.mof.go.jp/lm20220316.pdf)

こちらも小島先生による講演資料。より具体的なマーケットデザインの実装例や制度について述べられています。